Caractérisation de comportement instationnaire d'écoulements par analyse de stabilité

Samir BENEDDINE

DAFE

Directeur de thèse : Denis Sipp (DAFE)

ONERA

THE FRENCH AEROSPACE LAB

retour sur innovation

Contexte :

- PRF Jets : Compréhension des mécanismes de production de bruit, mise en place de systèmes de contrôle (fin début 2016).
- Thèse de Clément Mettot (fin mi-2013) : Création d'outils d'analyse de stabilité pour le département.

Objectifs scientifiques:

- Développer les méthodes et outils d'analyse de stabilité existants
- Prédire les caractéristiques instationnaires d'écoulements et leur sensibilité, en particulier de jets.

- Développement et améliorations des outils existants au DAFE
  - Transfert au DAAP, collaboration pour stratégie de contrôle d'un jet double flux (réduction du bruit) : extended abstract conférence AIAA aviation 2016 (Fulvio Sartor).

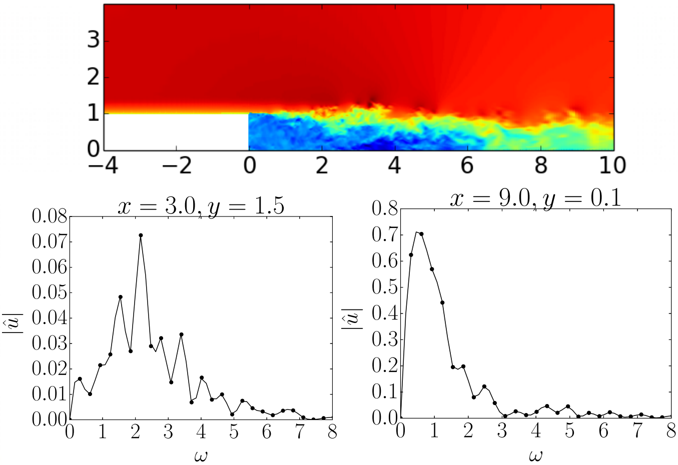
- Développement et améliorations des outils existants au DAFE
  - Transfert au DAAP, collaboration pour stratégie de contrôle d'un jet double flux (réduction du bruit) : extended abstract conférence AIAA aviation 2016 (Fulvio Sartor).
- Utilisation des outils pour l'étude du bruit de Screech
  - Beneddine, S., Mettot, C., Sipp, D "Global stability analysis of underexpanded screeching jets." *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2015. (publié)

- Développement et améliorations des outils existants au DAFE
  - Transfert au DAAP, collaboration pour stratégie de contrôle d'un jet double flux (réduction du bruit) : extended abstract conférence AIAA aviation 2016 (Fulvio Sartor).
- Utilisation des outils pour l'étude du bruit de Screech
  - Beneddine, S., Mettot, C., Sipp, D "Global stability analysis of underexpanded screeching jets." *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2015. (publié)
- Étude théorique de l'approche "champ moyen".
  - Beneddine, S., Sipp, D., Arnault, A., Dandois, J., Lesshafft, L. "Conditions for validity of mean flow stability analysis and application to the determination of coherent structures in a turbulent backward facing step flow" *Journal of Fluid Mechanics*, (soumis).
  - "PSE-based predictive model for velocity field reconstruction an application to an experimental round jet", (en préparation).

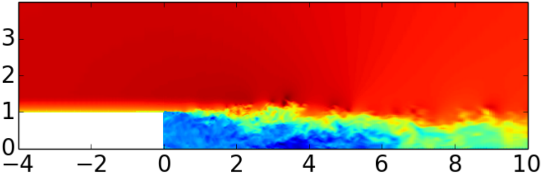
- Développement et améliorations des outils existants au DAFE
  - Transfert au DAAP, collaboration pour stratégie de contrôle d'un jet double flux (réduction du bruit) : extended abstract conférence AIAA aviation 2016 (Fulvio Sartor).
- Utilisation des outils pour l'étude du bruit de Screech
  - Beneddine, S., Mettot, C., Sipp, D "Global stability analysis of underexpanded screeching jets." *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2015. (publié)
- Étude théorique de l'approche "champ moyen".
  - Beneddine, S., Sipp, D., Arnault, A., Dandois, J., Lesshafft, L. "Conditions for validity of mean flow stability analysis and application to the determination of coherent structures in a turbulent backward facing step flow" *Journal of Fluid Mechanics*, (soumis).
  - "PSE-based predictive model for velocity field reconstruction an application to an experimental round jet", (en préparation).

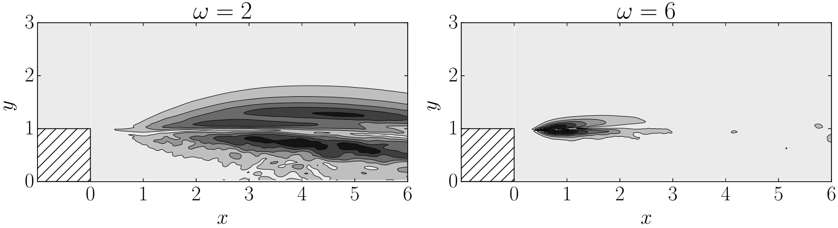
- Écoulement : système décrit par un ensemble de variables. Cas incompressible: $\mathbf{q} = (u, v, p)$.
- Régit par les équations de Navier Stokes $\mathbf{q}_t = NS(\mathbf{q})$.
- A faible nombre de Reynolds, on peut calculer $\mathbf{q}_0$ tel que $NS(\mathbf{q}_0) = 0$ (champ de base).
- Etude linéaire de stabilité classique : savoir si ce champ de base est **stable ou instable**.
    - Etude de l'évolution temporelle de petites perturbations autour du champ de base.
    - Linéarisation des équations autour du champ de base.
    - Etude de l'opérateur linéarisé $\rightarrow$ caractérisation du comportement instationnaire d'un écoulement.

- Simulation ZDES 3D d'une marche descendante turbulente, $Re = 58000$ (A. Arnault). Comportement instationnaire complexe.

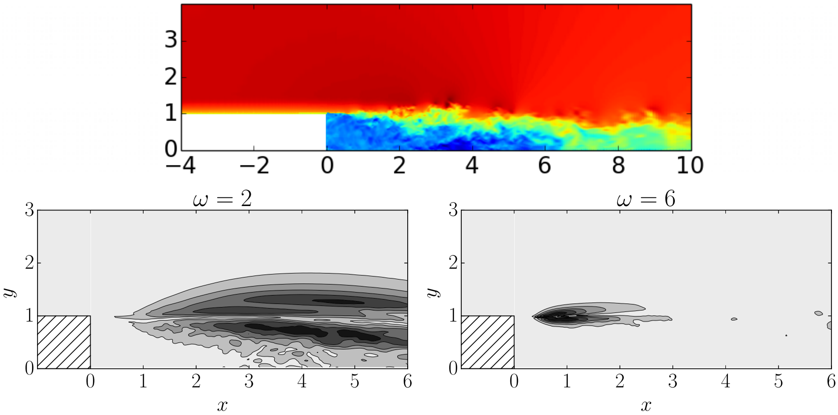


- Simulation ZDES 3D d'une marche descendante turbulente, $Re = 58000$ (A. Arnault). Comportement instationnaire complexe.



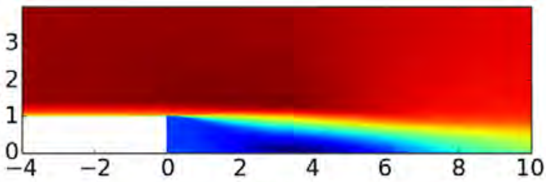


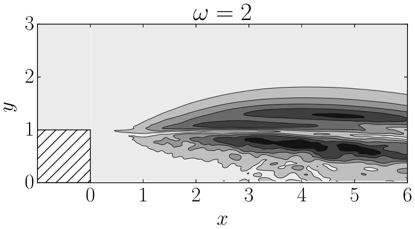
- Simulation ZDES 3D d'une marche descendante turbulente, *Re* = 58000 (A. Arnault).
  Comportement instationnaire complexe.

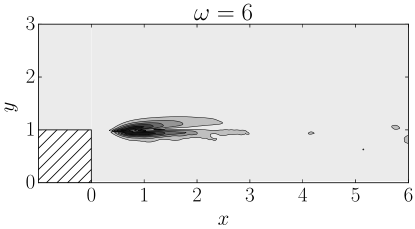


Analyse de stabilité : pour $Re \gg 1$, le champ de base n'existe pas

- Simulation ZDES 3D d'une marche descendante turbulente, $Re = 58000$ (A. Arnault). Comportement instationnaire complexe.







Analyse de stabilité : pour $Re \gg 1$, le champ de base n'existe pas → **champ moyen** [Pier 2002, Gudmundsson 2011].

Objectifs

1. Établir le sens mathématique d'une analyse de stabilité autour du champ moyen.
2. Pour une fréquence donnée, reconstruire les modes de Fourier de l'écoulement à partir du champ moyen.
3. En connaissant le spectre fréquentiel en un unique point, reconstruire le spectre en tout point à partir du champ moyen.

Plan

1. Approche fréquentielle : lien entre analyse de stabilité linéaire autour du champ moyen et dynamique réelle de l'écoulement.
2. Modèle prédictif du spectre fréquentiel d'un écoulement.
3. Application à un cas expérimental.

Équation gouvernant la fluctuation autour du champ moyen

$$\partial_t u + \nabla \cdot (u \otimes u) = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla \cdot (2\nu D)$$

Décomposition de Reynolds: $u = \overline{u} + u' \Rightarrow$

$$\partial_t u' = -\nabla \cdot (\overline{u} \otimes u') - \nabla \cdot (u' \otimes \overline{u}) - \frac{1}{\rho}\nabla p' + \nabla \cdot (2\nu D') + \nabla \cdot (\overline{u' \otimes u'} - u' \otimes u').$$

Équation gouvernant la fluctuation autour du champ moyen

$$\partial_t u + \nabla \cdot (u \otimes u) = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla \cdot (2\nu D)$$

Décomposition de Reynolds: $u = \overline{u} + u' \Rightarrow$

$$\partial_t u' = -\nabla \cdot (\overline{u} \otimes u') - \nabla \cdot (u' \otimes \overline{u}) - \frac{1}{\rho}\nabla p' + \nabla \cdot (2\nu D') + \nabla \cdot (\overline{u' \otimes u'} - u' \otimes u').$$

$$\partial_t u' = \mathcal{A}_{\overline{u}} u' + f'$$

Domaine des fréquences: $i\omega \hat{u} = \mathcal{A}_{\overline{u}} \hat{u} + \hat{f}$
On définit $\mathcal{R}(\omega) = (i\omega I - \mathcal{A}_{\overline{u}})^{-1}$ le résolvant global. On obtient :

$$\boxed{\hat{u} = \mathcal{R}\hat{f}}$$

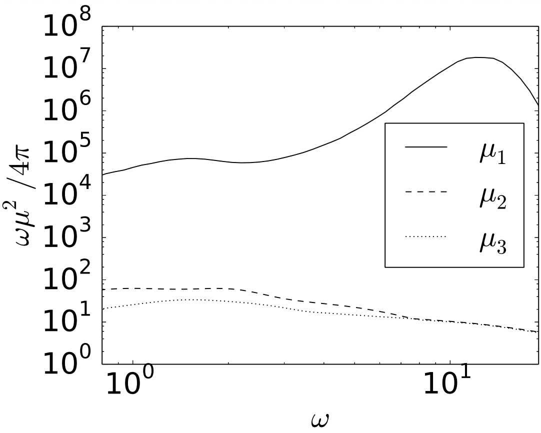
Singular value decomposition (svd): décomposition (unique) de $\mathcal{R}(\omega)$ sous la forme:

$$\mathcal{R}(\omega) = \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^{\,*} + \tilde{u}_2 \mu_2 \tilde{f}_2^{\,*} + \dots + \tilde{u}_n \mu_n \tilde{f}_n^{\,*},$$

avec :

- $\mu_1 > \mu_2 > \dots > \mu_n$ les valeurs singulières de $\mathcal{R}(\omega)$.
- $(\tilde{u}_i)_{i=1,n}$ et $(\tilde{f}_i)_{i=1,n}$ deux bases orthonormales ($\tilde{u}_i \tilde{u}_j^* = \tilde{f}_i \tilde{f}_j^* = \delta_{ij}$).

Dans le cas de la marche: $\mu_1 >> \mu_i$



Valeur singulière dominante

Dans le cas de la marche: $\mu_1 >> \mu_i$

$$\mathcal{R}(\omega) = \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^* + \tilde{u}_2 \mu_2 \tilde{f}_2^* + ... + \tilde{u}_n \mu_n \tilde{f}_n^*$$

Valeur singulière dominante

Dans le cas de la marche: $\mu_1 >> \mu_i$

$$\mathcal{R}(\omega) \approx \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^{\,*}$$

Valeur singulière dominante

Dans le cas de la marche: $\mu_1 >> \mu_i$

$$\mathcal{R}(\omega) \approx \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^*$$

$$\hat{u} = \mathcal{R}\hat{f} \Rightarrow \hat{u} \approx \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^* \hat{f}$$

Valeur singulière dominante

Dans le cas de la marche: $\mu_1 >> \mu_i$

$$\mathcal{R}(\omega) \approx \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^*$$

$$\hat{u} = \mathcal{R}\hat{f} \Rightarrow \hat{u} \approx \tilde{u}_1 \mu_1 \tilde{f}_1^* \hat{f}$$

Point de vue physique:

- $\hat{u} = \mathcal{R}\hat{f} \rightarrow \hat{f} =$ input (forçage), $\hat{u} =$ output (réponse).
- Gain: $||\hat{u}||^2/||\hat{f}||^2$.
- $\tilde{f}_1, \tilde{u}_1$ et μ_1: premier forçage optimal, première réponse optimale et gain associé.

$$\mu_1^2 = \frac{||\tilde{u}_1||^2}{||\tilde{f}_1||^2} = \sup_{\hat{f}} \frac{||\hat{u}||^2}{||\hat{f}||^2}.$$

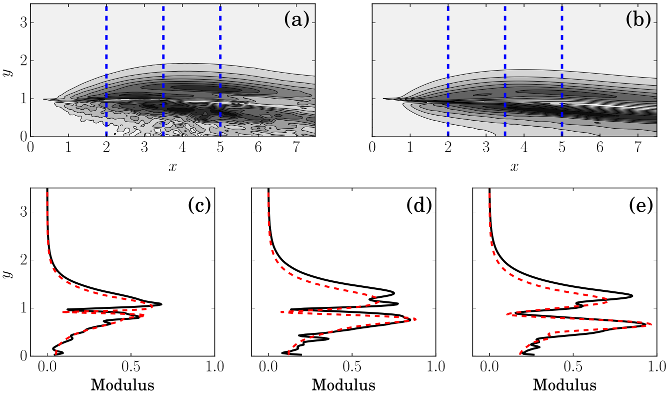
Réponse optimale

$\hat{u}(\omega, x, y) \approx \tilde{u}_1(\omega, x, y)\mu_1(\omega)(\tilde{f}_1^* \hat{f})(\omega) \Rightarrow$ A fréquence fixée, $\hat{u}$ et $\tilde{u}_1$ sont proportionnels.

Réponse optimale

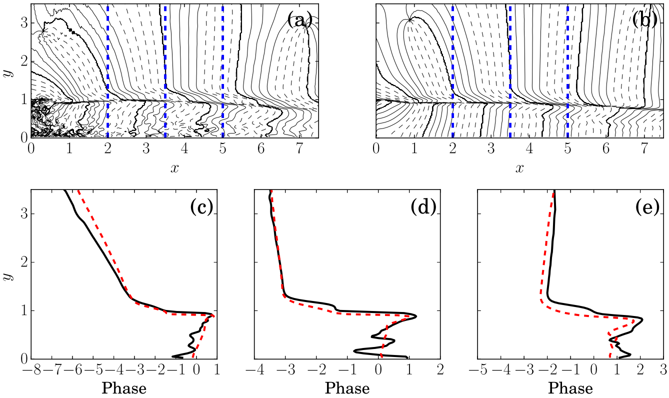
$\hat{u}(\omega, x, y) \approx \tilde{u}_1(\omega, x, y)\mu_1(\omega)(\tilde{f}_1^{\,*}\hat{f})(\omega) \Rightarrow$ A fréquence fixée, $\hat{u}$ et $\tilde{u}_1$ sont proportionnels.

$\omega = 2.1$, comparaison entre $\hat{u}$ (a) et $\tilde{u}_1$ (b):



$\hat{u}(\omega, x, y) \approx \tilde{u}_1(\omega, x, y)\mu_1(\omega)(\tilde{f}_1^{\,*}\hat{f})(\omega) \Rightarrow$ A fréquence fixée, $\hat{u}$ et $\tilde{u}_1$ sont proportionnels.

$\omega = 2.1$, comparaison entre $\hat{u}$ (a) et $\tilde{u}_1$ (b):

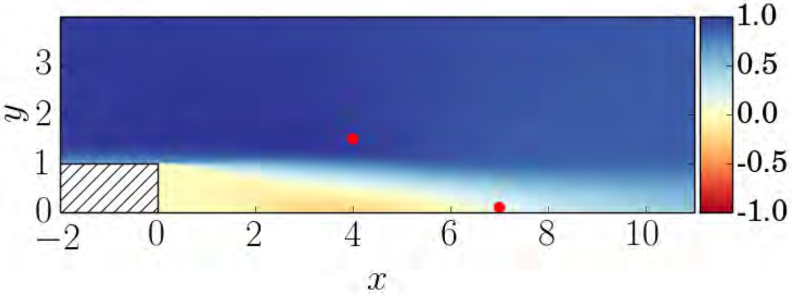


$$\hat{u}(\omega, x, y) \approx \tilde{u}_1(\omega, x, y)\mu_1(\omega)(\tilde{f}_1^{\,*}\hat{f})(\omega)$$

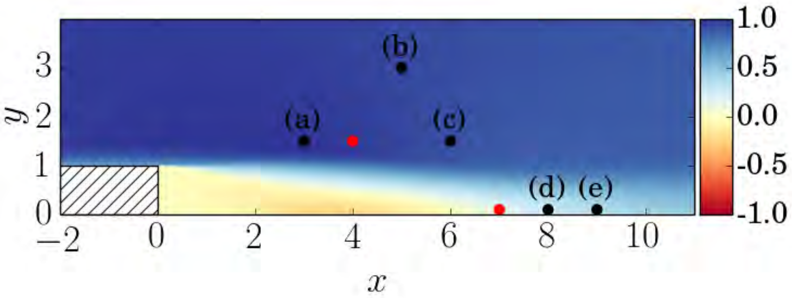
- Tous les termes dépendent de ω.
- Cas général : $\hat{f}(\omega, x, y)$ inconnu.
- $\Lambda(\omega) = \mu_1 \tilde{f}_1^{\,*}\hat{f} \Rightarrow \boxed{\hat{u} = \Lambda(\omega)\tilde{u}_1}$.
- En un point (x_0, y_0) quelconque : $\Lambda(\omega) = \hat{u}(\omega, x_0, y_0)/\tilde{u}_1(\omega, x_0, y_0)$.

$\rightarrow$ **A partir de $\hat{u}(\omega, x_0, y_0)$, on peut calculer Λ, et donc $\hat{u}$ en tout points.**

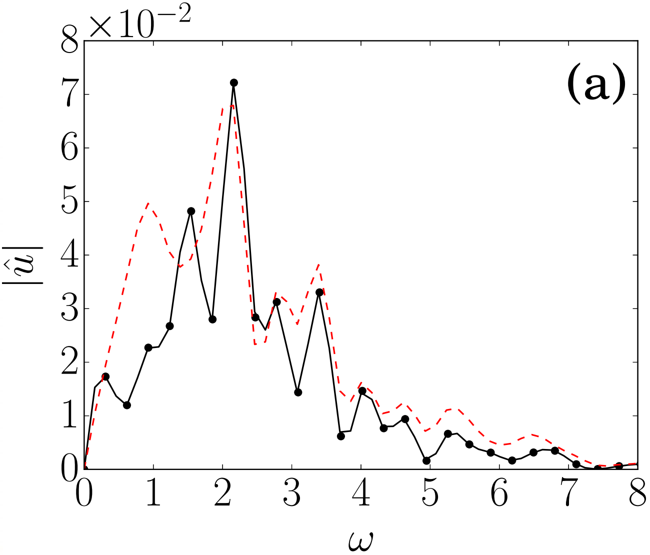
Calcul de Λ avec 2 points



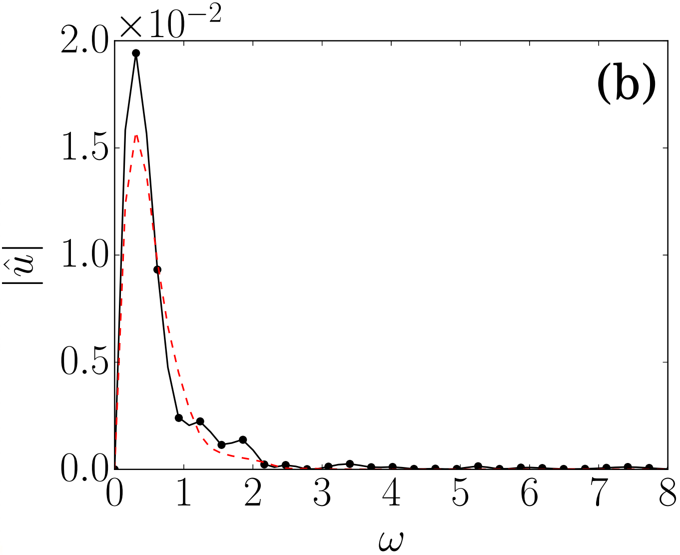
Prediction de $\hat{u}$ en 5 points



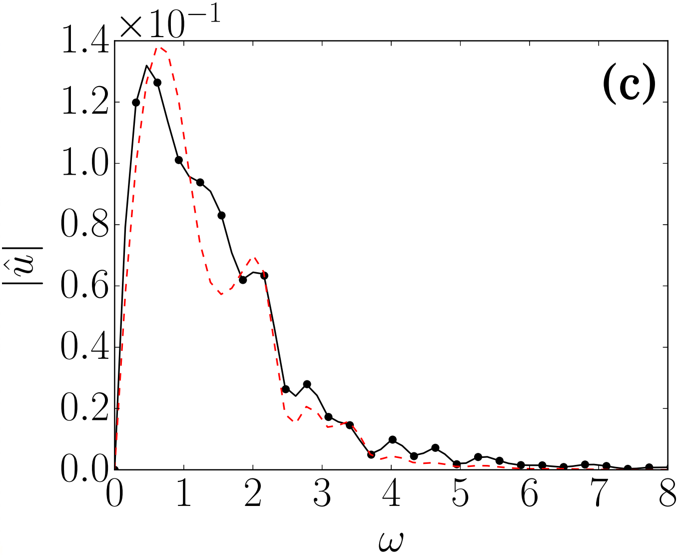
Application au cas de la marche



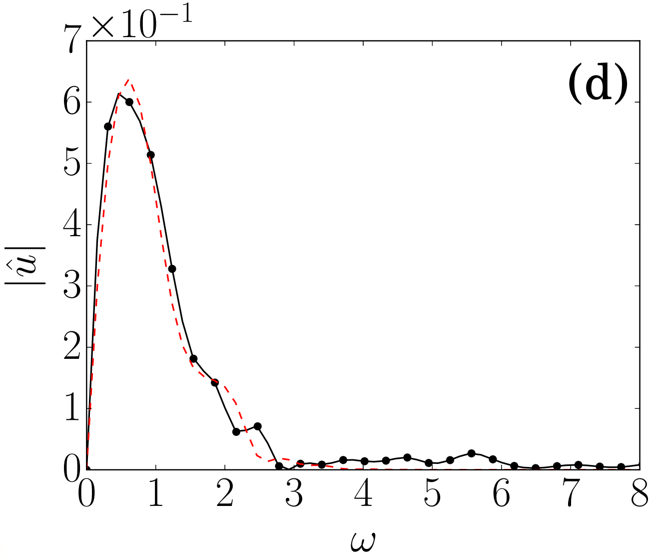
Application au cas de la marche



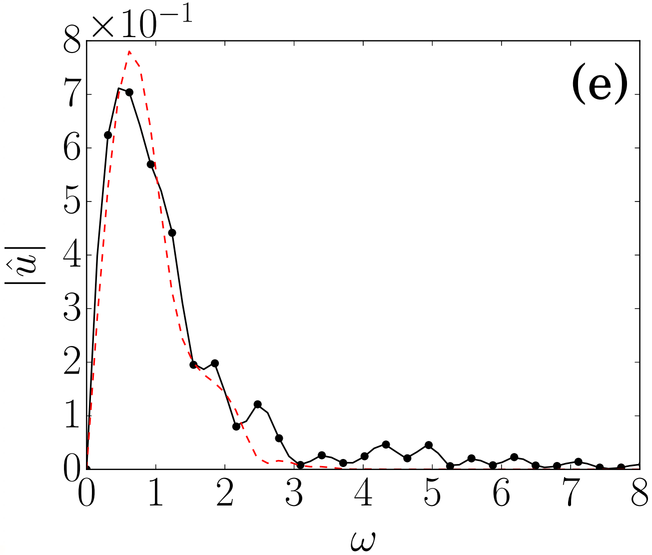
Application au cas de la marche



Application au cas de la marche



Application au cas de la marche



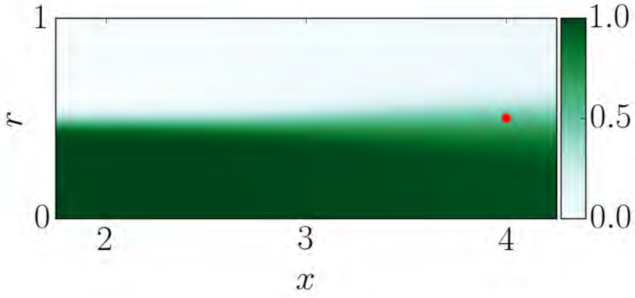
Expérience DAFE-MTRO (R. Yegavian) :

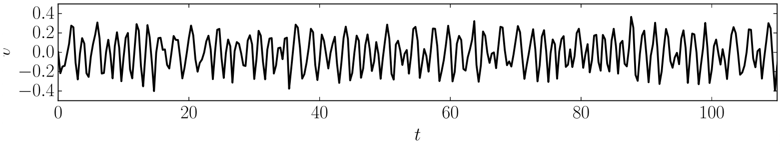
Expériences :

- Facile d'avoir le champ moyen et le spectre en quelques points
- Spectre en tout point $\Rightarrow$ PIV résolue en temps (coûteux)

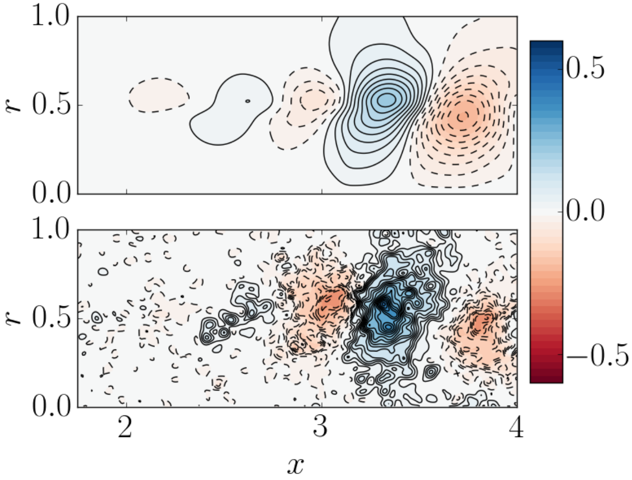
Objectif : A partir d'une mesure ponctuelle et du champ moyen, reconstruire le champs PIV

Application à un cas expérimental





Reconstruction du champ PIV



Perspectives et communications

Perspectives:

- Écriture d'un article en cours sur le cas expérimental.
- Développement des outils de stabilité globale : 3D (collaboration DTIM, F.X. Roux).
- Comparaison des méthodes d'analyse de stabilité globale actuelles avec des méthodes alternatives (collaboration Universidad Politécnica de Madrid).

Communications orales:

- Journée de Dynamique des Fluides du Plateau 2014 (Saclay)
- IUTAM Laminar Turbulent Transition 2014 (Rio de janeiro)
- EuroMech European Turbulence Conference 2015 (Delft)
- Prévu : EuroMech European Fluid Mechanics Conference 2016 (Séville)
- Prévu : EuroMech/IUTAM Jet Noise Modelling and Control Symposium 2016 (Palaiseau)